

### PROGRAMA DE CURSO

Código	Nombre			
MA1002	Cálculo Diferencial e Integral			
Nombre en Inglés				
Single variable calculus				
SCT	Unidades Docentes	Horas de Cátedra	Horas Docencia Auxiliar	Horas de Trabajo Personal
6	10	3,0	2,0	5,0
Requisitos			Carácter del Curso	
MA1101 Introducción al Álgebra MA1001 Introducción al Cálculo  Requisitos específicos: Números reales, funciones, geometría analítica, trigonometría, límites de sucesiones y de funciones, derivadas (operacional)			Obligatorio para todas las especialidades	
Resultados de Aprendizaje				
Al finalizar el curso el estudiante demostrará que: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Maneja los conceptos de derivada y primitiva de una función, conoce las reglas de cálculo y los principales teoremas del cálculo diferencial e integral.</li> <li>• Utiliza las derivadas para estudiar el comportamiento de funciones de una variable real.</li> <li>• Aplica la integral al cálculo de áreas, volúmenes de revolución, centros de masa de curvas entre otras aplicaciones.</li> </ul>				

Metodología Docente	Evaluación General
Clases de cátedra expositivas. Clases auxiliares expositivas.	La evaluación consistirá en tres controles y un examen. Para aprobar el curso el alumno debe tener nota de controles superior o igual a cuatro.

### Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
1	Continuidad de funciones	2 semanas
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<p>(1/3 semanas) Continuidad en un punto, dominio de continuidad. Ejemplos elementales de funciones continuas. Tipos de discontinuidad, reparación de discontinuidades.</p> <p>(1/3) Álgebra de funciones continuas: suma, producto, cociente, composición, inversas, máximos y mínimos de familias finitas.</p> <p>(1/3) Continuidad de las funciones básicas: polinomios, funciones racionales, trigonométricas y sus inversas, exponencial y logaritmo, funciones hiperbólicas y sus inversas.</p> <p>(1/3) Teorema del Valor Intermedio y aplicación a resolución de ecuaciones (método de bisección).</p> <p>(1/3) Teorema de Weierstrass: existencia de máximos y mínimos.</p> <p>(1/3) Continuidad uniforme: definición, ejemplos y contraejemplos. Funciones Lipschitzianas. Teorema relativo a la continuidad uniforme de funciones continuas en un intervalo cerrado y acotado.</p>	<p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Comprende el concepto de continuidad de funciones y reconoce funciones continuas.</li> <li>2. Comprende el Teorema del Valor Intermedio y lo aplica en la resolución de ecuaciones.</li> <li>3. Aplica el Teorema de Weierstrass para existencia de máximos y mínimos.</li> </ol>	<p>[1] Capítulo 4 [2] Capítulos 6 al 8 [3] Capítulo 1 [4] Capítulo 4 [5] Capítulo 3 [6] Capítulo 5 [8] Capítulo 1 [9] Capítulo 2 [10] Capítulo 2</p>

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
2	Derivabilidad de funciones	2.5 semanas
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<p>(1/3) Derivada en un punto y aproximación lineal. Dominio de diferenciabilidad. Ejemplos de no-diferenciabilidad.</p> <p>(1/3) Álgebra de derivadas: suma, producto, cociente, regla de la cadena, derivada de funciones inversas, derivación implícita.</p> <p>(1/2) Derivabilidad de funciones básicas: polinomios, funciones racionales, trigonométricas y sus inversas, exponencial y logaritmo, funciones hiperbólicas y sus inversas.</p> <p>(1/3) Regla de Fermat para máximos y mínimos. Aplicaciones.</p> <p>(1/3) Método de Newton para resolución de ecuaciones.</p> <p>(1/3) Teorema del Valor Medio y aplicaciones: regla de l'Hôpital, derivadas y monotonía, derivadas y convexidad.</p> <p>(1/3) Derivadas de orden superior. Desarrollos limitados y fórmula de Taylor con resto de Lagrange. Caracterización de puntos críticos.</p>	<p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Comprende el concepto de derivada.</li> <li>2. Reconoce funciones derivables.</li> <li>3. Opera con las reglas de cálculo.</li> <li>4. Entiende el Teorema del Valor Medio y su aplicación al estudio de funciones (crecimiento, convexidad, máximos y mínimos, puntos críticos).</li> <li>5. Aplica la fórmula de Taylor para obtener desarrollos limitados.</li> </ol>	<p>[1] Capítulos 5 y 6</p> <p>[2] Capítulos 9 al 12</p> <p>[3] Capítulos 2, 3 y 8</p> <p>[4] Capítulo 5</p> <p>[5] Capítulos 4 y 6</p> <p>[7] Capítulo 1</p> <p>[8] Capítulos 2 y 3</p> <p>[9] Capítulos 3, 4 y 6</p> <p>[10] Capítulos 3 al 5</p>

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
3	Cálculo de primitivas	2 semanas
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<p>(1/3) Definición de primitiva: Unicidad salvo constante y reconstrucción de primitivas básicas.</p> <p>(1/3) Fórmula de integración por partes. Ejemplos de cálculo de primitivas por fórmulas de recurrencia.</p> <p>(1/3) Integración por cambio de variables. Primitivas de funciones trigonométricas inversas y funciones hiperbólicas inversas.</p> <p>(2/3) Integración de funciones racionales por descomposición en fracciones parciales. Uso del cálculo simbólico para cálculo de primitivas.</p> <p>(1/3) Funciones racionales trigonométricas: el cambio de variables <math>y = \tan(x/2)</math>.</p>	<p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Reconoce las reglas básicas del cálculo de primitivas</li> <li>2. Reconoce primitivas de funciones usuales.</li> </ol>	<p>[1] Capítulo 14</p> <p>[2] Capítulo 18</p> <p>[3] Capítulo 7</p> <p>[5] Capítulos 7 y 10</p> <p>[7] Capítulo 2</p> <p>[8] Capítulo 7</p> <p>[9] Capítulo 7</p> <p>[10] Capítulo 10</p>

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
4	Integral de Riemann	2 semanas
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<p>(1/3) Noción intuitiva de área bajo la curva y motivación de la integral de Riemann. Particiones y sumas de Riemann. Definición de la integral.</p> <p>(1/3) Integrabilidad de las funciones monótonas y de las funciones continuas. Extensión a funciones continuas por trozos.</p> <p>(1/3) Propiedades básicas de la integral: integrabilidad en subintervalos, descomposición de la integral en subintervalos, linealidad de la integral, monotonía de la integral, acotamiento de integrales, Teorema del Valor Medio para integrales.</p> <p>(1/2) Teorema Fundamental del Cálculo.</p> <p>(1/2) Integración numérica. Reglas del trapecio y de Simpson con estimación del error.</p>	<p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Comprende la integral de Riemann y sus principales propiedades.</li> <li>2. Reconoce funciones integrables.</li> <li>3. Reconoce la relación entre integrales y primitivas.</li> <li>4. Utiliza estas últimas para el cálculo efectivo de las primeras.</li> </ol>	<p>[1] Capítulo 7</p> <p>[2] Capítulos 13 y 14</p> <p>[3] Capítulo 4</p> <p>[4] Capítulo 9</p> <p>[5] Capítulo 8</p> <p>[7] Capítulo 2</p> <p>[8] Capítulo 4</p> <p>[9] Capítulo 5</p> <p>[10] Capítulo 11</p>

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
5	Aplicaciones de la integral	2 semanas
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<p>(1/3) Cálculo del área entre dos curvas.</p> <p>(1/3) Volúmenes de sólidos: método de la sección.</p> <p>(1/3) Volúmenes de sólidos de revolución: método de la cáscara y método del disco.</p> <p>(1/3) Longitud de curvas planas.</p> <p>(1/3) Superficie de un manto de revolución.</p> <p>(1/3) Centro de masa de una superficie plana. Cálculo de áreas en coordenadas polares.</p>	<p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Reconoce las fórmulas integrales para el cálculo de longitudes, áreas, volúmenes, masas, centros de masa, etc.</li> <li>2. Calcula longitudes, áreas, volúmenes, masas, centros de masa, etc.</li> </ol>	<p>[1] Capítulo 15</p> <p>[3] Capítulos 4 y 6</p> <p>[5] Capítulo 7</p> <p>[7] Capítulo 2</p> <p>[8] Capítulo 5</p> <p>[9] Capítulos 8 y 9</p> <p>[10] Capítulo 12</p>

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
6	Curvas en el espacio	2 semanas
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<p>(1/2) Sistemas de coordenadas generalizadas. Coordenadas cilíndricas y esféricas.</p> <p>(1/2) Curvas en el espacio y parametrizaciones. Longitud de arco y parametrización natural de una curva. Ejemplos: cicloides, hélices,...</p> <p>(1/2) Vector tangente, normal y binormal. Velocidad y aceleración (tangencial y normal). Curvatura y torsión de una curva. Fórmulas de Frénet. Casos particulares: curvas planas, curvatura constante, torsión constante, etc.</p> <p>(1/2) Integral de línea sobre una curva. Aplicaciones al cálculo de masa, centro de masa, momentos de inercia.</p>	<p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Parametriza curvas en el espacio y analizar sus propiedades geométricas.</li> <li>2. Evalúa integrales de línea sobre una curva.</li> </ol>	<p>[1] Capítulo 13 [4] Capítulo 11 [9] Capítulo 14 [10] Capítulo 9</p>

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
7	Integrales impropias y series	2.5 semanas
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<p>(2/3) Integrales impropias de primera y segunda especie. Criterios de convergencia: criterio de comparación, criterio del cociente. Aplicaciones al cálculo de transformadas de Laplace.</p> <p>(2/3) Series reales de términos no-negativos. Criterios de convergencia: acotamiento, criterio de comparación, criterio del cociente, criterio de la raíz, criterio integral.</p> <p>(2/3) Series reales generales. Criterios de convergencia: criterio de Cauchy, convergencia absoluta, criterio de Leibniz. Estabilidad de series bajo reordenamiento.</p> <p>(1/2) Series de potencias. Radio de convergencia. Derivación e integración término a término.</p>	<p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Aplica los criterios de convergencia para integrales impropias.</li> <li>2. Aplica los criterios de convergencia para series reales.</li> </ol>	<p>[1] Capítulos 15 y 16 [2] Capítulos 19, 22 y 23 [3] Capítulo 8 [4] Capítulos 12 al 14 [5] Capítulo 13 [7] Capítulos 2 y 3 [8] Capítulo 8 [9] Capítulo 10 [10] Capítulo 16</p>

Bibliografía General
<p>Cada uno de los libros sugeridos cubren la mayor parte del programa, con distinto grado de profundidad y/o enfoques ligeramente distintos. El alumno debería escoger un par de estos libros como guía de estudio.</p> <p>[1] Protter M.H., Protter P.E., Cálculo con geometría analítica, Fondo Educativo Interamericano, Mexico, 1980.</p> <p>[2] Spivak M., Cálculo infinitesimal, Editorial Reverté, México, 1992.</p> <p>[3] Bradley G.L., Smith K.J., Cálculo de una variable, Prentice-Hall, España, 1998.</p> <p>[4] Apostol T., Análisis matemático, Editorial Reverte, España, 1972.</p> <p>[5] Kitchen J.W., Cálculo, McGraw-Hill, Mexico, 1986.</p> <p>[6] Cominetti R., Matamala M., Cálculo - 1er Semestre, Apuntes 1er año FCFM, U. de Chile, 2003.</p> <p>[7] Cominetti R., Matamala M., San Martín J., Cálculo - 2do Semestre, Apuntes 1er año FCFM, U. de Chile, 2003.</p> <p>[8] Thomas G.B., Finney R.L., Cálculo, Addison- Wesley-Longman, México, 1998.</p> <p>[9] Stein Sh., Cálculo y geometría analítica, McGraw-Hill, México, 1982.</p> <p>[10] Piskunov N., Cálculo diferencial e integral, Limusa-Noriega Editores, México, 1994.</p>



**fcfm**

FACULTAD DE CIENCIAS  
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
UNIVERSIDAD DE CHILE

<b>Vigencia desde:</b>	Otoño 2006
<b>Elaborado por:</b>	Roberto Cominetti
<b>Revisado por</b>	Revisado por Axel Osses 2009 Área de Desarrollo Docente